

2020

MATHEMATICS — GENERAL

Fourth Paper

Full Marks : 100

*Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.*

SET - 2

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

Module-VII is compulsory and answer *any one* Group from Module-VIII

Module-VII

[Elements of Computer Science and Programming]

(মান : ৫০)

১ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

8×৫

(ক) 1573_8 -এই অষ্টাদশী সংখ্যাটিকে দ্বৈতাদশী সংখ্যাতে পরিণত করো এবং ওই দ্বৈতাদশী সংখ্যাকে ষোড়শ সংখ্যাতে পরিণত করো।

(খ) $|\cos x| + e^{-\frac{x^2}{2}}$ -এর FORTRAN রূপ লেখো।

(গ) সম্পূর্ণ নাম লেখো : (অ) CPU (আ) ALU।

(ঘ) নিম্নলিখিত FORTRAN প্রোগ্রামখণ্ডটি সম্পাদন করার পর K-এর চূড়ান্ত মান বের করো :

$$K = 2$$

$$DO 10 I = 3, 8, 2$$

$$K = K + I * * 2$$

$$10 CONTINUE$$

(ঙ) একটি বুলীয় বীজগণিত (B, +, •, /)-এর যে-কোনো সদস্য a, b-এর জন্য দেখাও যে $a + ab = a \forall a, b \in B$ ।

(চ) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকের একটি সুইচ বর্তনী গঠন করো :

$$x'y' + zx + yz'$$

(ছ) যদি $I = 2, J = 5, K = 1$ এবং $N = 6$ হয়, তবে $I * J + (5 + K) / I + N / J$ -এর মান নির্ণয় করো।

(জ) $x + y(x'z)'$ -কে CNF-এ প্রকাশ করো।

Please Turn Over

(বা) নিম্নলিখিত FORTRAN প্রোগ্রামটির ভুল বের করো :

WRITE (*, * 20) A, B

20 FORMAT (IX, F4, 3XF 10.6)

২। (ক) দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC-এর একটি প্রোগ্রাম লেখো।

(খ) একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার জন্য FORTRAN Program লেখো, যেখানে ত্রিভুজের দুটি বাহু a, b এবং একটি কোণ c প্রদত্ত। ১০

৩। (ক) $(x + y + z)(xy + x'z)$ -Boolean রাশিমালাটিকে DNF-এ রূপান্তরিত করো। অতঃপর এর CNF নির্ণয় করো।

(খ) $x[y(z + w) + z(u + v)]$ Boolean রাশিমালাটির বুলীয় বর্তনী আঁকো। ১০

৪। (ক) N সংখ্যাটি নির্ণয় করো যেখানে $(10110)_2 \times (11011)_2 = (N)_{10}$.

(খ) পার্থক্য লেখো : ১০

(অ) সংকলক ও অনুবাদক

(আ) উৎস প্রোগ্রাম এবং বস্তু প্রোগ্রাম।

৫। (ক) নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণিটি দ্বারা সংজ্ঞাত

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

একটি প্রদত্ত মান $x = x_0$ -তে $\sin x$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো।

(খ) $|x|$ -এর মান নির্ণয়ের জন্য একটি C-প্রোগ্রাম লেখো, যেখানে

$$|x| = x, \text{ যদি } x > 0$$

$$= 0, \text{ যদি } x = 0$$

$$= -x, \text{ যদি } x < 0$$

১০

৬। একটি algorithm রচনা করো, $1 + x + x^2 + \dots + x^n$ শ্রেণির যোগফল নির্ণয়ের জন্য এবং অনুরূপ flowchart নির্ণয় করো, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। অতঃপর এর C-program টি লেখো। ১০

৭। (ক) যদি $f(x) = x^3 + e^x$ যখন $x > 1$

$$= 5 + \cos x \text{ যখন } -1 < x \leq +1$$

$$= 0 \text{ অন্যথা}$$

হয়, তবে IF – THEN – ELSE – END IF উক্তির দ্বারা FORTRAN-এ $f(x)$ অপেক্ষকটিকে কীভাবে প্রকাশ করা যায়, দেখাও।

(খ) নিম্নলিখিত প্রোগ্রামের মান নির্ণয় করো :

$$K = 10$$

$$I = 1$$

$$5 \text{ S} = 0.0$$

WRITE (*, *) K, S

$$S = S + I$$

$$K = K - I$$

$$I = I + 2$$

IF (I.LE.9) GO TO 5

STOP

১০

৮। (ক) Karnaugh Map-পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির সরলীকরণ করো :

$$f(a, b, c) = abc + ab'c + abc' + ab'c' + a'b'c' + a'bc'$$

(খ) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকের একটি সত্যসারণি গঠন করো :

১০

$$xz + x'y + zy$$

৯। (ক) নিম্নলিখিত পদগুলির সম্পূর্ণ অর্থ লেখো এবং ব্যাখ্যা করো :

(অ) BIT (আ) BYTE (ই) I/O unit (ঈ) ALU (উ) CPU

(খ) নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিটিকে DNF আকারে প্রকাশ করো :

$$(x + y' + z)(x + y + z')(x + y' + z')(x' + y + z)(x' + y + z')$$

১০

১০। (ক) 17 কোটি নিয়ে Trapezoidal সূত্রের সাহায্যে $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x^2}$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো।

(খ) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের বীজগুলি নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN প্রোগ্রাম লেখো যেখানে $a(\neq 0)$, b , c ব্যবহারকারী প্রদত্ত যে-কোনো বাস্তব রাশি।

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VII**[Elements of Computer Science and Programming]****(Marks : 50)**

Answer **question no. 1** and **any three** questions from the rest.

1. Answer **any five** questions :

4×5

(a) Convert the octal number 1573_8 to Binary number, then convert this binary number to Hexadecimal number.

(b) Write FORTRAN expression of $|\cos x| + e^{-\frac{x^2}{2}}$.

(c) Write full form of CPU and ALU.

(d) Find the final value of K after the following FORTRAN program segment is executed :

```

K = 2
DO 10 I = 3, 8, 2
  K = K + I * * 2
10 CONTINUE

```

(e) In any Boolean Algebra $(B, +, \cdot, ')$, show that $a + ab = a \forall a, b \in B$.

(f) Draw the switching circuit which realises the following Boolean expression :

$$x'y' + zx + yz'$$

(g) If $I=2$, $J=5$, $K=1$ and $N=6$, then find the value of $I * J + (5 + K) / I + N / J$.

(h) Express $x + y(x'z)'$ in CNF.

(i) Find the errors of the following FORTRAN program :

```

WRITE (*, * 20) A, B
20 FORMAT (IX, F4, 3XF 10.6)

```

2. (a) Write a program in BASIC to find the H.C.F. and L.C.M. of two positive integers.

(b) Write a program in FORTRAN to find the area of a triangle having two sides a, b and the angle contained by the sides is c . 10

3. (a) Express the Boolean expression $(x + y + z)(xy + x'z)'$ into DNF. Hence determine its CNF.

(b) Draw a switching circuit which realizes the Boolean expression $x[y(z + w) + z(u + v)]$. 10

4. (a) Find the number N such that $(10110)_2 \times (11011)_2 = (N)_{10}$.

(b) Write down the differences between :

10

(i) Compiler and Interpreter

(ii) Source programme and Object programme.

5. (a) Write a FORTRAN program to evaluate the value of $\sin x$ at $x = x_0$ from the series

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

(b) Write a program in C to find the value of $|x|$, where

$$|x| = x, \text{ if } x > 0$$

$$= 0, \text{ if } x = 0$$

$$= -x, \text{ if } x < 0$$

10

6. Write an algorithm and flowchart to find the sum of the series $1 + x + x^2 + \dots + x^n$, where n is a positive integer. Also write the corresponding program in C. 10

7. (a) Show how an IF – THEN – ELSE – END IF statement in FORTRAN can be used to express the function

$$f(x) = x^3 + e^x \text{ for } x > 1$$

$$= 5 + \cos x \text{ for } -1 < x \leq +1$$

$$= 0, \text{ elsewhere}$$

(b) Find the output of the following program :

K = 10

I = 1

5 S = 0.0

WRITE (*, *) K, S

S = S + I

K = K - I

I = I + 2

IF (I.LE.9) GO TO 5

STOP

10

Please Turn Over

8. (a) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map :

$$f(a, b, c) = abc + ab'c + abc' + ab'c' + a'b'c' + a'bc'$$

- (b) Construct truth table for the following Boolean function f represented by :

$$xz + x'y + zy$$

10

9. (a) Explain each of the following terms giving their full forms :

(i) BIT (ii) BYTE (iii) I/O unit (iv) ALU (v) CPU

- (b) Transform the following expression into an expression in DNF :

$$(x + y' + z)(x + y + z')(x + y' + z')(x' + y + z)(x' + y + z')$$

10

10. (a) Write an efficient FORTRAN programme to evaluate $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x^2}$ by Trapezoidal rule taking 17 ordinates.
- (b) Write a FORTRAN programme to find the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ for arbitrary real numbers $a(\neq 0)$, b , c to be given by the user.

10

Module-VIII

(বিভাগ - ক)

[A Course of Calculus]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

- ১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

8×৫

(ক) দেখাও যে $\sum \frac{1}{n^2}$ শ্রেণিটি অভিসারী।

(খ) $\sum n^2 x^n$ ঘাত শ্রেণিটির অভিসারণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(গ) $\langle f_n(x) \rangle$ অনুক্রমটি সমভাবে অভিসারী কিনা পরীক্ষা করো, যেখানে $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$ ।

(ঘ) $x + \frac{(2!)^2}{4!}x^2 + \frac{(3!)^2}{6!}x^3 + \dots + \frac{(n!)^2}{(2n)!}x^n + \dots$ ঘাত শ্রেণির অভিসারণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(ঙ) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = \sin 2x$ -এর Particular Integral নির্ণয় করো।

(চ) Inverse Laplace Transformation-এর Convolution উপপাদ্যটি ব্যবহার করে $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)(s-1)}\right\}$ নির্ণয় করো।

(ছ) 'অনির্ণীত সহগ পদ্ধতি'-র সাহায্যে $\frac{d^2y}{dx^2} - 7\frac{dy}{dx} + 6y = (x-2)e^x$ সমীকরণটির বিশেষ সমাকল বের করো।

(জ) সমাধান করো : $xp + yq = z$ ।

(ঝ) মান নির্ণয় করো : $L(e^{-2t} \sin 4t)$ ।

১২। (ক) দেখাও যে, $\langle f_n(x) \rangle$; $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়, যেখানে $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$, $0 \leq x \leq 1$ ।

(খ) দেখাও যে, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^2}{n^3+x^3}$ শ্রেণিটি $[0, k]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী। যেকোনো $k > 0$. ১০

১৩। (ক) ঘাত শ্রেণি সংক্রান্ত Abel's-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো। $x + \frac{2^2x^2}{2!} + \frac{3^3x^3}{3!} + \dots$ ঘাত শ্রেণির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(খ) $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ ধরে নিয়ে প্রমাণ করো $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x} dx = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$ । ১০

১৪। (ক) ভেদপ্রাচল (Variation of Parameter) পদ্ধতির দ্বারা $\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$ -এর সমাধান করো।

(খ) সমাধান করো : $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 5 \cos x$, দেওয়া আছে, $y = \frac{dy}{dx} = 0$, যদি $x = 0$ । ১০

১৫। (ক) $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$ অবকল সমীকরণের আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো, যেখানে সীমা শর্তগুলি হল $y(0) = 0$ এবং $y(\pi) = 0$ ।

(খ) অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করো : $\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = x^2 + 4x + 8$ ১০

১৬। (ক) ভেদপ্রাচল (Variation of Parameters) পদ্ধতি প্রয়োগ করে $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$ সমাধান করো।

(খ) সমাধান করো : $(5+2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5+2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 8(5+2x)^2$ ১০

১৭। (ক) সমাধান করো : $\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

(খ) F -কে অপনয়ন করে $F(x-z, y-z) = 0$ থেকে আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো।

১০

১৮। (ক) সমাধান করো : $x^2p + y^2q = (x+y)z$

(খ) সমাধান করো : $\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5z + \tan(y-3x)}$

১০

১৯। (ক) মান নির্ণয় করো : $L^{-1}\left\{\frac{3s+7}{s^2-2s-3}\right\}$

(খ) $L^{-1}\left\{\frac{4}{s+1} + \frac{6}{(s+1)^2} + \frac{3}{(s+1)^4}\right\}$ বের করো এবং এর প্রয়োগে $(D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}$ -এর সমাধান বের করো,

যেখানে $y = 4$, $Dy = 2$ যখন $t = 0$ এবং $D = \frac{d}{dx}$ ।

১০

২০। (ক) Laplace রূপান্তর ব্যবহার করে $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 4e^{2t}$, $y = -3$ এবং $\frac{dy}{dt} = 5$ যখন $t = 0$ ।

(খ) $L\{F(t)\}$ বের করো, যখন

$$F(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ t-1, & \frac{1}{2} < t \leq 1 \\ 0, & t \geq 1, \end{cases}$$

L হল ল্যাপলাস ট্রান্সফর্ম।

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VIII**(Group - A)****[A Course of Calculus]****(Marks : 50)**

Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions :

4×5

(a) Show that the series $\sum \frac{1}{n^2}$ is convergent.

(b) Find out the radius of convergence of $\sum n^2 x^n$.

(c) Test uniform convergence of the sequence of functions $\langle f_n(x) \rangle$, where $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$.

(d) Determine the radius of convergence of the power series

$$x + \frac{(2!)^2}{4!} x^2 + \frac{(3!)^2}{6!} x^3 + \dots + \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n + \dots$$

(e) Find the particular integral of the differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = \sin 2x$.

(f) Use the Convolution Theorem to evaluate $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+1)(s-1)} \right\}$, L^{-1} is Inverse Laplace Transform Operator.

(g) Find the particular integral of $\frac{d^2 y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 6y = (x-2)e^x$ by the method of undetermined coefficients.

(h) Find the general solution of $xp + yq = z$.

(i) Find : $L(e^{-2t} \sin 4t)$.

12. (a) Show that the sequence of functions $\langle f_n(x) \rangle$, defined as $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2 x^2}$, $0 \leq x \leq 1$ is not uniformly convergent on $[0, 1]$.

(b) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^2}{n^3 + x^3}$ is uniformly convergent on $[0, k]$ for any $k > 0$. 10

Please Turn Over

13. (a) State Abel's theorems on power series. Determine the radius of convergence of the power series

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$$

- (b) Assuming the expansion $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ for $-1 < x \leq 1$,

prove that
$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x} dx = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$
 10

14. (a) Solve by the method of variation of parameter, the equation $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$.

- (b) Solve : $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 5 \cos x$, given that $y = \frac{dy}{dx} = 0$, if $x = 0$. 10

15. (a) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0$ which satisfies the boundary conditions : $y(0) = 0$ and $y(\pi) = 0$.

- (b) Solve by the method of undetermined co-efficients $\frac{d^3 y}{dx^3} + 3\frac{d^2 y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = x^2 + 4x + 8$. 10

16. (a) Solve by the method of variation of parameters $\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$.

- (b) Solve : $(5+2x)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6(5+2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 8(5+2x)^2$. 10

17. (a) Solve : $\frac{dx}{dt} + 4x + 3y = t$
 $\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$

- (b) Eliminate the arbitrary function F from the following equation and find the corresponding p.d.e.
 $F(x-z, y-z) = 0$. 10

18. (a) Find the general solution of $x^2p + y^2q = (x + y)z$.

(b) Solve : $\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5z + \tan(y-3x)}$ 10

19. (a) Find : $L^{-1}\left\{\frac{3s+7}{s^2-2s-3}\right\}$.

(b) Find $L^{-1}\left\{\frac{4}{s+1} + \frac{6}{(s+1)^2} + \frac{3}{(s+1)^4}\right\}$ and hence solve $(D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}$, given $y = 4$, $Dy = 2$

when $t = 0$ and $D = \frac{d}{dx}$. 10

20. (a) Using Laplace transformation, solve the differential equation $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 4e^{2t}$; $y = -3$

and $\frac{dy}{dt} = 5$ when $t = 0$.

(b) Find $L\{F(t)\}$ where L is Laplace transformation operator and

$$F(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ t-1, & \frac{1}{2} < t \leq 1 \\ 0, & t \geq 1 \end{cases}$$
 10

Module-VIII

(বিভাগ - খ)

[Discrete Mathematics]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪×৫

(ক) যদি $n^3 + 1$ একটি মৌলিক সংখ্যা, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, দেখাও $n = 1$ ।

(খ) $6.7^{32} + 7.9^{45}$ -কে 4 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কী হবে?

Please Turn Over

- (গ) $12x \equiv 9 \pmod{15}$ —এই congruence-টি সমাধান করো।
 (ঘ) $(x+y)(x+z)(x'y)$ বুলীয় রাশিমালাটিকে সরলভাবে প্রকাশ করো।
 (ঙ) $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ -এর জন্য সত্যসারণি গঠন করো।
 (চ) সত্য অথবা মিথ্যা নির্ণয় করো : $8^4 \equiv 2 \pmod{13}$
 (ছ) $(CDEF)_{16}$ -এই ষোড়শাঙ্গী সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী রাশিতে প্রকাশ করো।
 (জ) Fermat-এর 'little theorem'-টি বিবৃত করো।

১২। (ক) 'Principle of Mathematical Induction'-এর সাহায্যে প্রমাণ করো :

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(খ) এক ব্যক্তি ₹ 145-এ কিছু কাপ ও গ্লাস ক্রয় করে। যদি একটি কাপের দাম ₹ 17 ও একটি গ্লাসের দাম ₹ 15 হয়, তাহলে ওই ব্যক্তি কয়টি কাপ ও গ্লাস ক্রয় করে? ১০

১৩। (ক) $17^{17^{17}}$ -এর একক স্থানের পূর্ণসংখ্যাটি নির্ণয় করো।

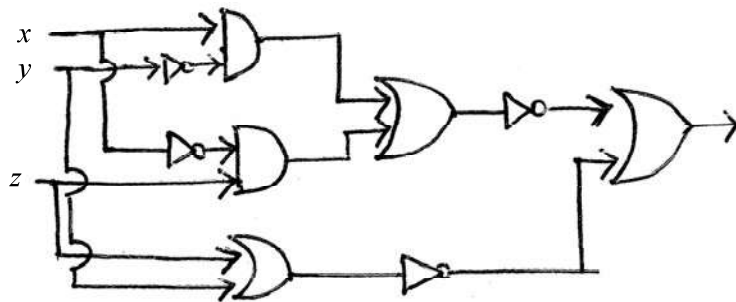
(খ) কোনো দ্রব্যের ক্ষেত্রে 073124005089-টি কি একটি সঠিক UPC? ১০

১৪। (ক) আটটি দলের জন্য একটি Round Robin tournament গঠন করো।

(খ) Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ -এর ক্ষেত্রে প্রমাণ করো : $\forall a, b \in B, a + (a' \cdot b) = a + b$ এবং $a \cdot (a' + b) = a \cdot b$ । ১০

১৫। (ক) x, y, z বুলীয় চলের জন্য $(x + y' + z) (x + y + z') (x + y' + z') (x' + y + z) (x' + y + z') (x' + y' + z)$ বুলীয় রাশিমালাটিকে CNF থেকে DNF-এ প্রকাশ করো।

(খ) নিম্ন Logic circuit-এর বুলীয় রাশিমালাটি লেখো :



১০

১৬। (ক) সমাধান করো : $12x \equiv 9 \pmod{15}$ ।

(খ) নিম্নলিখিত ISBN-এ লুপ্ত অঙ্কটি নির্ণয় করো :

$$81 - 20 \square - 0871 - 9$$

১০

১৭। (ক) নিম্নলিখিত Diophantine সমীকরণটি সকল পূর্ণসংখ্যার সমাধান নির্ণয় করো :

$$8x - 10y = 42।$$

(খ) $f(x, y, z) = xyz + (x + y)(x + z)$ এই বুলীয় রাশিটিকে DNF-এ প্রকাশ করো।

১০

১৮। (ক) কারক অপেক্ষকের সাহায্যে আবৃত সম্পর্কটি সমাধান করো : $a_n = 2a_{n-1} \forall n \geq 1$ and $a_0 = 3$ ।

(খ) p এবং q যদি দুটি ভিন্ন মৌলিক সংখ্যা হয় তাহলে দেখাও $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$ ।

১০

১৯। (ক) নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালার একটি সুইচ বতনী অঙ্কন করো এবং তার সমতুলীয় একটি সহজ বতনী গঠন করো :

$$(x + y + z + w) (x + y + w) (x + z)$$

(খ) একটি ক্রেডিট কার্ডের প্রথম পনেরোটি অঙ্ক হল 456398103862540 এই কার্ডের নির্ধারণ (Check digit) অঙ্কটি নির্ণয় করো।

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VIII

(Group - B)

[Discrete Mathematics]

(Marks : 50)

Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions :

4×5

- If n is a positive integer such that $n^3 + 1$ is a prime, then prove that $n = 1$.
- What is the remainder when $6.7^{32} + 7.9^{45}$ is divided by 4?
- Solve the congruence $12x \equiv 9 \pmod{15}$.
- Simplify the Boolean expression : $(x + y)(x + z)(x'y)'$.
- Construct truth table for the formula $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$.
- Determine true or false : $8^4 \equiv 2 \pmod{13}$.
- Convert $(CDEF)_{16}$ from hexadecimal to binary.
- State Fermat's little theorem.

Please Turn Over

12. (a) Prove by Mathematical induction

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(b) A man paid ₹ 145 for some cups and glasses. If cups cost ₹ 17 each and glasses ₹ 15 each, how many of each did he buy? 10

13. (a) Determine the integer in the unit place of $17^{17^{17}}$.

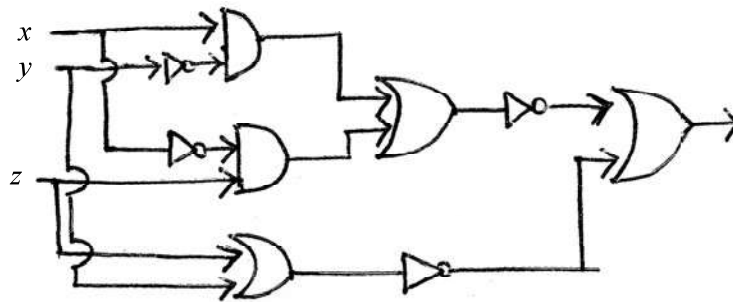
(b) Is 073124005089 a correct UPC for some product? 10

14. (a) Set up a Round Robin tournament for 8 teams.

(b) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ prove that $a + (a' \cdot b) = a + b$ and $a \cdot (a' + b) = a \cdot b \quad \forall a, b \in B$. 10

15. (a) Transform the following CNF into an expression in DNF : $(x + y' + z) (x + y + z') (x + y' + z')$
 $(x' + y + z) (x' + y + z') (x' + y' + z)$

(b) Write down the Boolean expression for the logic circuit



10

16. (a) Solve for $x : 12x \equiv 9 \pmod{15}$

(b) Find the missing digit in the ISBN :

$$81 - 20 \square - 0871 - 9$$

10

17. (a) Solve the following Diophantine equation to find all integral solutions :

$$8x - 10y = 42.$$

(b) Express the following Boolean function $f(x, y, z) = xyz + (x + y)(x + z)$ into Disjunctive Normal Form (DNF). 10

18. (a) Using generating functions solve the recurrence relation : $a_n = 2a_{n-1} \quad \forall n \geq 1$ and $a_0 = 3$.

(b) Show that if p and q are distinct primes, then $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$. 10

19. (a) Draw a switching circuit for the Boolean expression $(x + y + z + w) (x + y + w) (x + z)$. Obtain a simpler equivalent circuit.

(b) The first 15 digits of a credit card visa is 456398103862540. Find the check digit for this card.

10